Ejercicio T5 · 01.

Una matriz A de orden dos satisface las siguientes condiciones:

- $A \cdot \binom{1}{-1} = \binom{3}{1}$
- El vector $\boldsymbol{v} = \binom{2}{-1}$ es autovector de A asociado al autovalor $\lambda = -2$,

a) (2,5 puntos) Obtener la matriz A. ¿Es diagonalizable? justificar la respuesta y, en caso afirmativo,

b) (2,5 puntos) Obtener una matriz diagonal D y una matriz de paso P tal que $A = PDP^{-1}$.

Ejercicio T5 02.

Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un endomorfismo que tiene un subespacio propio asociado al valor propio $\lambda_1 = 2$ definido por la ecuación $x - y - z = 0$. También se sabe que el vector $\boldsymbol{v} = (2, 0, 1)$ es un vector propio asociado al valor propio $\lambda_2 = 1$.

a) (2,5 puntos) Encuentra una base de $\mathbb{R}^3$ formada por vectores propios de f y calcule la matriz del endomorfismo en esa misma base.

b) (2,5 puntos) Encuentra la matriz asociada al endomorfismo f en la base canónica de $\mathbb{R}^3$

Nota: Autovectores correspondientes a autovalores distintos constituyen un sistema linealmente independiente de vectores. Los subespacios propios asociados a distintos autovalores son disjuntos, es decir, su intersección es el conjunto vacío ya que el vector cero no es un vector propio. Por lo tanto, la suma de todos los subespacios propios de un endomorfismo es suma directa. Téngase en cuenta a la hora de obtener la base de $\mathbb{R}^3$ del apartado a).